

O ENSINO DE GEOMETRIA EM TEMPOS DE MATEMÁTICA MODERNA EM MINAS GERAIS

Thiago Neves Mendonça¹

Maria Cristina Araújo de Oliveira²

RESUMO: O presente artigo discute marcas do Movimento da Matemática Moderna (MMM) presentes em materiais utilizados e/ou confeccionados pela professora Myriam Boardman de Oliveira, durante sua atuação no ensino primário mineiro entre as décadas de 1960 e 1980. Os resultados evidenciam o estudo das figuras geométricas com nuances de teoria dos conjuntos, sobretudo pela linguagem; com noções e princípios representativos do MMM como a correspondência biunívoca, a precisão da linguagem e a justificativa de propriedades. Contudo, embora a iniciação à Geometria por meio de uma abordagem topológica tenha sido uma das propostas importantes da Matemática Moderna para os primeiros anos escolares, esta perspectiva não parece ter repercutido. A Geometria euclidiana estudada com atividades de construção com régua, compasso, transferidor, o recurso aos materiais didáticos ou manipuláveis – planificações, entre outros – transformou o modo como a Geometria era ensinada/aprendida.

Palavras-chave: Geometria. Matemática Moderna. Ensino Primário.

THE TEACHING OF GEOMETRY IN TIMES OF MODERN MATHEMATICS IN MINAS GERAIS

ABSTRACT: This article discusses the marks of the Modern Mathematics Movement (MMM) present in materials used and/or made by Professor Myriam Boardman de Oliveira, during her performance in Minas Gerais primary education between the 60's and 80's. The results show the study of geometric figures with nuances of set theory, especially by language; with notions and principles representatives of the MMM as the biunivocal correspondence, the precision of the language and the justification of properties. However, although the introduction to Geometry through a topological approach was one of the important proposals of Modern Mathematics for the first years of school, this perspective does not seem to have repercussions. The Euclidean geometry studied with construction activities with ruler, compass, transferor, the use of didactic or

1 Mestre em Educação Matemática. Docente do Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG), Campus Ouro Preto-MG/Brasil. E-mail: thiagoneves18@gmail.com

2 Doutora em Educação. Docente da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora - MG/Brasil. E-mail: mcrisoliveira6@gmail.com

manipulative materials - planning, among others - transformed the way Geometry was taught/learned.

Keywords: Geometry. Modern Mathematics. Primary Education.

LA ENSEÑANZA DE GEOMETRÍA EM TEMPOS DE MATEMÁTICA MODERNA EN MINAS GERAIS

RESUMEN: El presente artículo discute marcas del Movimiento de la Matemática Moderna (MMM) presentes en materiales utilizados y/o confeccionados por la profesora Myriam Boardman de Oliveira, durante su actuación en la enseñanza primaria minera entre las décadas de 1960 y 1980. Los resultados evidencian el estudio de las figuras geométricas con matices de teoría de los conjuntos, sobre todo por el lenguaje; con nociones y principios representativos del MMM como la correspondencia biunívoca, la precisión del lenguaje y la justificación de propiedades. Sin embargo, aunque la iniciación a la Geometría a través de un enfoque topológico ha sido una de las propuestas importantes de la Matemática Moderna para los primeros años escolares, esta perspectiva no parece haber repercutido. La Geometría euclidiana estudiada con actividades de construcción con regla, compás, transferidor, el recurso a los materiales didácticos o manipulables - planificaciones, entre otros - transformó el modo como la Geometría era enseñada/aprendida.

Palabras clave: Geometría. Matemática Moderna. Enseñanza Primaria.

Discutimos, neste artigo, quais ideias defendidas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM) estavam presentes na geometria proposta a ser ensinada às crianças entre as décadas de 1960 e de 1970, momento no qual as ideias do MMM foram trazidas para o Brasil. Para tanto, realizamos a análise de documentos oficiais que regiam o Ensino Primário no estado de Minas Gerais entre os anos de 1960 e de 1970.

Aproximando-nos das práticas da professora Myriam Boardman de Oliveira, que atuou na cidade de Juiz de Fora (MG), analisamos dois cadernos e alguns livros por ela utilizados, disponibilizados em seu acervo pessoal. Myriam formou-se como professora primária em 1956 pela Escola Normal Oficial de Juiz de Fora. Ela trabalhou no Grupo Escolar José Eutrópio, de 1962 a 1970. Foi aprovada em concurso para bolsista do estado de Minas Gerais, entre 1966 e 1968, para estudar e para receber o diploma de orientadora e de diretora de escola.

Em 1969, foi nomeada Orientadora de Ensino. Foi supervisora escolar na 1ª série no Grupo Escolar Maria de Magalhães Freitas entre 1970 e 1972. De 1973 a 1977, trabalhou no Jardim de Infância Mariano Procópio como supervisora e diretora. Em 1975, concluiu a

licenciatura em Pedagogia com habilitação em Administração e Orientação Escolar pelo Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora. De 1977 a 1982, foi supervisora do Grupo Escolar Duque de Caxias. Além disso, ela prestou concurso para a prefeitura de Juiz de Fora, onde foi nomeada e trabalhou por sete anos como professora de alunos com 4 e 5 anos. Myriam encerrou suas atividades, com a aposentadoria, na Escola Estadual Duque de Caxias, em 1986.

Fazer história, para Bloch (2002), é orientar-se por questões as quais o historiador se coloca. Dessa forma, a partir de traços do passado, encontrados no presente, o historiador recolhe, organiza, analisa e produz uma narrativa orientada pelo trabalho metódico com as fontes que possibilite responder suas questões. Assumimos, sobre a pesquisa histórica de uma disciplina escolar, a postura teórica de Chervel (1990) e de Julia (2001). Ambos destacam o estudo das normativas de ensino como fator necessário para uma primeira aproximação da cultura escolar. Especificamente, essa análise contribui com a investigação histórica de uma disciplina, ou mesmo de um saber.

Indo ao encontro de Choppin (2002), destacamos a importância dos manuais didáticos. Para o autor, trata-se de fontes privilegiadas, por estarem articuladas às recomendações nos Programas Oficiais, tendo múltiplas funções e caracterizando a cultura escolar em cada época. Chartier (1991) identifica nos textos e nos livros uma variedade de funções, além das imediatas. Assim, assumimos ser necessária a apropriação dessas funções, observadas por meio da diversidade de usos dos textos e, para isto, é fundamental situar o autor na historicidade de sua produção, para que se possa analisar sua intenção.

Um pouco de história: o ensino de geometria e o movimento da matemática moderna para o ensino primário

No cenário histórico da Matemática Moderna, seu ensino a era estruturalista, um método rigoroso que trazia esperança de avançar temas científicos fundamentais e como tratamento entre as partes e o todo. Três estruturas matemáticas centrais no MMM eram eleitas: topológicas, algébricas e de ordem (PINTO; VALENTE, 2014).

Um grupo de matemáticos, conhecidos como bourbakistas³, propuseram-se a reescrever tratados de Análise Matemática organizados a partir de sistematizações e novos campos, constituídos já no final do século XIX, como a Teoria dos Conjuntos. Alguns desses integrantes publicaram e participaram do debate sobre o ensino de Matemática, sobretudo em nível secundário. Assim, propostas de substituição da Geometria euclidiana por abordagens topológica, vetorial ou por transformações ganharam destaque na divulgação das propostas do MMM, em nível internacional. Na Psicologia, a ideia de estrutura, adotada por Jean Piaget, defendia que os estágios de desenvolvimento da inteligência das crianças e que seus processos de pensamento se organizavam de forma estruturada, havendo, assim, uma correspondência com as estruturas matemáticas enfatizadas pela abordagem bourbakista da Matemática (ACZEL, 2009).

Um programa de ensino para o nível primário, para a escola elementar ganhava divulgação internacional. Os autores do programa afirmaram que sua criação decorreu de resultados de pesquisas e de experiências realizadas durante uma década pelo *International Study Group for Mathematics Learning* (ISGML), com Zoltan Paul Dienes⁴ à frente da proposta (PINTO; VALENTE, 2014). Zoltan Dienes foi pesquisador do Centro.

As ideias do estágio topológico, de Jean Piaget, estão na obra *La Représentation de l'Espace chez l'Enfant*, escrita por ele, em parceria com Bärbel Inhelder, em 1947, traduzida para o português como *A representação do espaço na criança*, em 1993. No prólogo da obra, os autores mencionam que

[...] tratados elementares da geometria são mais ou menos unânimes em nos apresentar as noções espaciais iniciais como repousando em intuições euclidianas: retas, ângulos, quadrados e círculos, medidas etc. Essa opinião parece, aliás, confirmada pelo estudo da percepção e das “boas formas” visuais ou táteis. Mas, por outro lado, a análise abstrata das geometrias tende a demonstrar que as noções espaciais fundamentais não são euclidianas: são “topológicas”, isto é, repousam simplesmente nas correspondências qualitativas bicontínuas que recorrem aos conceitos de vizinhança e de separação, de

3 Nicolas Bourbaki é um pseudônimo criado por um grupo de matemáticos, inicialmente franceses, em meados da década de 1930.

4 Pesquisador do Centro de Estudos Cognitivos da Universidade de Havard (1960-1961) e professor de psicologia na Universidade de Adelaide (Austrália) (1964-1975). Dirigente do Centro de Psicomatématica em Sherbrooke, no Québec (1964-1975). Foi o fundador do International Study Group for Mathematics Learning (ISGML).

envolvimento e de ordem etc., mas ignoram qualquer conservação das distâncias, assim como toda projetividade. Ora, nós constataremos precisa e incessantemente que o espaço infantil, cuja natureza essencial é ativa e operatória, começa por intuições topológicas elementares, bem antes de tornar-se simultaneamente projetivo e euclidiano (PIAGET; INHELDER, 1993, p. 12).

Nesse mesmo prólogo, explicita-se a tese de que a criança passa primeiro pelo estágio topológico antes do euclidiano, na apropriação do espaço. Para os autores, portanto, o ensino de Geometria ganharia com a capacidade de adaptar-se à evolução espontânea das noções (PINTO; VALENTE, 2014). Assim, o apelo feito pelos autores para que houvesse uma mudança no ensino de Geometria para as crianças, é identificado, também, em Pinto e Valente (2014), por meio da aplicabilidade aos estudos piagetianos no ensino de Matemática. Os autores identificam, que, no caso específico da Geometria, foi Zoltan Dienes o primeiro a dar esse enfoque.

Em 1969, Zoltan Dienes, Claude Gaulin e Dieter Lunkeinbein publicaram, no Canadá, o texto *Um programa de Matemática para o nível elementar*, por meio do *Centre de Recherches en Psycho-mathématique*, da Universidade de Sherbrooke. Os autores do programa consideravam como desafio ter em conta o “estágio atual da Matemática⁵ e os mais recentes desenvolvimentos da psicogênese” (DIENES; GAULIN; LUNKEINBEIN, 1969, p. 29 *apud* PINTO; VALENTE, 2014, p. 69). A proposta de um programa moderno para o ensino primário considerava quatro caminhos a serem seguidos, quais sejam: (i) o algébrico, (ii) o aritmético, (iii) o lógico e (iv) o geométrico. A geometria teria o caminho com início nas noções de *topologia*.

No Brasil, em 1977, foi publicada a terceira edição do volume III da coleção de Dienes, intitulada *Exploração do espaço e prática da medição*, com Golding como coautor. No início do texto, nas *Ideias fundamentais*, os autores destacam a geometria como sendo a exploração do espaço e que a criança explora o espaço desde o seu nascimento: olha, sonda com seus braços e pernas visando à descoberta e enfim se desloca nele (DIENES; GOLDING, 1977 *apud* PINTO; VALENTE, 2014). Os autores afirmam, ainda, que as primeiras noções de geometria não têm que ver com a medida, vez que a criança se preocupa muito pouco com a distância

5 Contemplado, considerando-se o foco no ensino das estruturas matemáticas.

exata dos objetos, com seus movimentos ou com o ângulo sob o qual as coisas são vistas. Mais adiante, os autores defendem que é por meio das noções de *dentro e fora*, *antes e depois*, *diante e atrás*, *aberto e fechado* etc., que deveria ser tratado o ensino de geometria para as crianças. As noções de uma geometria topológica deveriam ser o ponto de partida do ensino.

As propostas de Dienes repercutiram nos livros didáticos no Brasil. Um dos primeiros textos publicados para as séries iniciais que se apropriaram das ideias do MMM foi a coleção *Curso moderno de Matemática para a escola elementar*, dividida em 5 volumes, publicados entre 1967 e 1974, cujas autoras Manhúcia Perelberg Liberman, Anna Franchi e Lucília Bechara foram protagonistas do MMM nas séries iniciais. Medina (2007), analisando a coleção, discute possíveis apropriações de Dienes no primeiro volume: utilização de fichas de trabalho, confeccionadas com folhas soltas para facilitar o trabalho das professoras primárias ao levarem as atividades das crianças para casa; incorporação de ilustrações de objetos próximos à realidade infantil; utilização de materiais concretos e manipuláveis como recursos didáticos. As referências mais representativas aos estudos de Dienes são observadas a partir do terceiro volume da coleção, no qual se encontram atividades para as crianças traçarem caminhos partindo de um ponto e chegando em outro; ideias de curvas abertas e fechadas; curvas simples e não simples; interior das curvas fechadas: polígonos, triângulos e quadriláteros.

Até meados da década de 1960, Pinto e Valente (2014) identificam que as obras didáticas para o ensino primário não tinham autoria de professores formados em cursos de licenciatura em Matemática; somente Liberman, Franchi e Bechara possuíam essa formação. Nas obras da coleção, a qual teve alto volume de venda, inauguram-se conceitos topológicos, como dentro, fora, aberto e fechado, regiões, os quais se caracterizavam como inovadores para o ensino primário. Há também o uso da linguagem de conjuntos, que é considerada uma marca do MMM.

Simultaneamente à publicação dessa coleção, foi oficializado o Programa da Escola Primária do Estado de São Paulo, em 1968, que tem como autora Manhúcia Liberman, membro do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM). O Programa no nível I, para 1ª e 2ª séries, relativamente ao ensino de Geometria apresentava os conteúdos: figuras no espaço – esfera, cilindro e cubo; figuras no plano – reconhecer quadrado, retângulo, triângulo,

círculo; curvas fechadas simples, contorno, reconhecer o interior e o exterior; polígonos, número de lados, classificações dos quadriláteros e triângulos; ponto: localizar, reconhecer e designar pontos por letras; segmento de reta: identificar e designar os segmentos considerando-se suas extremidades.

No nível II, para 3^a e 4^a séries, apresentava, além dos conteúdos anteriores, os seguintes tópicos: reta, sendo um conjunto de pontos, relações de pertinência entre ponto e reta; semirreta com as mesmas ideias de retas; curvas fechadas não simples formadas por segmentos de retas; os quadriláteros e classificações; ângulos, também definidos como conjunto de pontos e aqui se observa a ideia de congruência de ângulos, ou seja, com a mesma medida; triângulos e suas classificações quanto à congruência dos lados; as figuras espaciais como conjunto de pontos no espaço, tais como os prismas e pirâmides e suas classificações; a identificação dos cilindros, cones e esferas. A reformulação desse programa se deu na publicação de uma segunda versão, em 1969, tido como o pioneiro no país por conter ideias do MMM.

A *Coleção curso moderno de matemática para as escolas de 1^o grau*, publicada em 1972, cujas autoras eram Anna Franchi, Anna Averbuch, Franca Cohen Gottlieb, Lucília Bechara e Manhúcia Liberman, também foi considerada inovadora por utilizar ilustrações e diálogos que simulavam o processo de construção do conhecimento em sala de aula, o que também se alinha ao ideário do MMM (OLIVEIRA *et al.*, 2011). Houve, na época, a necessidade de formação para os professores primários com a vinda de novas ideias e de novas formas de ensinar a Matemática. O GEEM foi um dos grupos que promoveu aperfeiçoamento para professores, divulgando assim o MMM no Brasil. Alguns cursos obtiveram apoio de figuras internacionais importantes do MMM, tais como: Lucienne Felix e George Pappy⁶. Além de cursos de formação, foram desenvolvidas atividades de elaboração de materiais para o ensino da Matemática Moderna (FISCHER, 2006).

De acordo com Oliveira et al. (2011), o MMM, no ensino primário no Brasil, esteve mais relacionado a uma proposta experimentalista, na qual o aluno estaria em atividade constante

6 Personagens internacionais ligados ao MMM que atuaram colaborativamente com o Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre (GEEMPA), em Porto Alegre (FISCHER, 2006).

durante a construção do conhecimento, por meio de materiais concretos. O professor, dessa forma, seria o orientador das descobertas, intuitivas em um primeiro instante, sistematizadas e posteriormente formalizadas. Nota-se uma quantidade de publicações expressiva para auxiliar os professores e que se relacionavam com os interesses comerciais dos editores da época. A imprensa pedagógica teve o papel de produzir consenso e legitimação de “[...] ações e discursos sobre a Matemática Moderna, tentando modelar as práticas, em nome de um saber, que estava para ser ensinado nas escolas, tanto no Brasil quanto em Portugal [...]” (OLIVEIRA *et al.*, 2011, p. 135).

Oliveira et al. (2011) observam que, no ensino primário, em relação ao secundário, a ênfase na metodologia com apropriações de Piaget e Dienes foram os diferenciais do MMM, com divulgação e disseminação pelos diversos meios, buscando levar o ideário aos professores e alunos das escolas. A respeito do ensino de Geometria, tomava-se uma ordem inversa de aprendizagem, passando, primeiramente, pelas noções topológicas e, posteriormente, pelas noções euclidianas.

A presença de ideias do MMM no ensino de geometria proposto para ser ensinado às crianças em Minas Gerais: uma análise de documentos oficiais e do arquivo da Professora Myriam

Com base nos estudos realizados sobre o MMM, em particular, sobre as propostas para o ensino de Geometria nesse Movimento, elencamos algumas categorias de análise para a exploração dos materiais que se constituíram em fontes de pesquisa, a saber: (i) presença da topologia; (ii) construções geométricas; (iii) linguagem de conjuntos; (iv) referências a Dienes e a Piaget; (v) uso de imagens e diagramas; (vi) uso de materiais didáticos; e, por fim, (vii) justificativa de propriedades.

Em se tratando dos documentos oficiais, os quais regiam o ensino primário em Minas Gerais, entre as décadas de 1960 e de 1970, encontramos dois Programas de Ensino, quais sejam: Programa do Ensino Primário Elementar (PEPE) e o Programa do Ensino Primário de Minas Gerais (PEP/MG). No PEPE, publicado em 1961, encontram-se traços de propostas da

Escola Nova⁷. Recomenda-se, portanto, que o ensino de Geometria seja desenvolvido a partir da observação de formas, com exemplos presentes no cotidiano da criança. Exemplos esses que se relacionariam com os trabalhos manuais e com os agrícolas; somente depois os conceitos seriam inseridos, a fim de levar as crianças ao reconhecimento dessas formas (OLIVEIRA, 2015). Não são observadas nenhuma das categorias anteriormente elencadas, não há traços do MMM nessa normativa.

O PEP/MG, publicado em 4 volumes, um para cada série, no ano de 1965, retrata, já na apresentação do volume da primeira série, o uso do termo *Matemática Moderna*.

Com referência ao conteúdo damos maior importância a três aspectos que caracterizam o ensino da **matemática moderna**: - o sistema de numeração, básico para compreensão dos processos quantitativos; - a geometria que merece um estudo mais sistematizado na escola elementar; - a introdução de rudimentos de álgebra, para familiarizar os alunos com as sentenças matemáticas [...](MINAS GERAIS, 1965, p. 301; grifos nossos) .

Mendonça (2016), em seus estudos, afirma que está presente nesse programa a Geometria plana e espacial, de forma gradativa de acordo com os volumes e séries. São observadas atividades que envolvem traçados das linhas retas, curvas e inclinadas. Percebe-se, em alguns momentos, a preocupação com a utilização e o aprendizado dos termos matemáticos corretos. Como recomendação do PEP/MG, as crianças devem relacionar os conhecimentos de Geometria aos de Aritmética, para constatarem que aquela é também um ramo da Matemática. O programa detalha, ainda, os conteúdos com o estudo de definições, de classificações e de propriedades, além de constarem sugestões para construção das figuras geométricas com a utilização de instrumentos, tais como a régua, o compasso e o transferidor. Na bibliografia, presente no volume 4, há obras de Piaget e, também, uma parceria dele com Gattegno, intitulada *L'enseignement des Mathématiques*. Oliveira (2015) atesta as atividades de Geometria propostas nesse programa alinhadas ao ideário do MMM, pois se preocupavam com o raciocínio em substituição à memorização, a valorização da descoberta no processo de aprendizagem e o percurso de ensino por etapas: intuição, experimentação e generalização.

7 Movimento de renovação do ensino durante a década de 1920 em que o aluno passa a ser o centro no processo de ensino-aprendizagem e adquire o conhecimento através da experiência, sendo levado a observar os objetos e os fatos com a finalidade de conhecê-los (VIDAL, 2003).

De um programa para o outro, nota-se, em termos de conteúdo, que algumas propostas permanecem, porém com outra abordagem metodológica. Observa-se, por exemplo, para o estudo dos ângulos, no PEPE, há uma relação direta com os quadriláteros e triângulos, enquanto, no PEP/MG, não há essa vinculação, havendo um tratamento mais geral do conceito de ângulo. No PEP/MG, observa-se uma expansão dos conteúdos a serem trabalhados, além de sugestões de utilização de instrumentos para a construção das figuras geométricas, tais como régua, compasso e o transferidor.

Ressalta-se, ainda, que mesmo de forma incipiente, o PEP/MG traz algumas ideias do MMM, antecedendo o *Programa da Escola Primária do Estado de São Paulo* (PEP/SP), publicado em 1969. O PEP/SP contou com a colaboração quase que majoritária de professores e de integrantes do GEEM, como identificou Medina (2007). O documento apresentava fortes traços do MMM, como exemplo, as noções topológicas baseadas na ideia estrutural, retomando a teoria dos conjuntos.

Levada a cabo a análise dos Programas de Ensino, passamos ao material do acervo da Professora Myriam. Tomamos como referência o conceito de apropriação de Chartier (1991), a fim de investigarmos as representações da professora, a partir do que era proposto para ensinar e do que dispunha em termos de materiais ou de publicações. Desse acervo, foram analisadas as seguintes fontes: a *Coleção Curso Completo de Matemática Moderna para o ensino Primário* (CCMMEP), em 5 volumes, o *Caderno de Exercícios* (CdeE), o *Caderno de Geometria* (CdeG).

A CCMMEP, escrita pelas professoras Henriqueta de Carvalho e Tosca Ferreira (196?). Ambas as autoras foram professoras de Grupos Escolares em São Paulo, supervisoras do Ensino de Matemática, professoras de cursos de admissão e conferencistas de cursos intensivos de Matemática Moderna no Paraná, Minas Gerais, Santa Catarina, por meio de promoção das respectivas secretarias da Educação. Destinava-se aos professores primários, como se pode observar pela presença: do decálogo (dez sugestões para os professores); de sugestões de atividades e de como elaborá-las, da presença da divisão de conteúdos para o ano, separando os tópicos por meses, de forma a contribuir na organização do planejamento do professor.

Arruda (2011) identifica que o nome de Henriqueta aparece juntamente com o de

Manhúcia Liberman, em decorrência de ambas serem professoras brasileiras ligadas ao MMM no primário. Segundo a pesquisadora, Henriqueta foi autora de manuais para professores e livros didáticos sobre a Matemática Moderna no ensino primário na década de 1960 e 1970.

Na CCMMEP, encontra-se nota escrita pelas autoras destinada aos professores. Nela, destacam-se as noções introduzidas na obra que devem ser ordenadas dentro de uma graduação certa, e que o grau de dificuldade requer certa dose de psicologia. Percebe-se, assim, possível apropriação dos estudos piagetianos.

Pouco espaço destinado à Geometria, tendo em vista que a coleção trabalha apenas três saberes: aritmética, medidas e geometria. Na Tabela 1, é apresentado o quantitativo de páginas destinadas ao ensino desse saber, comparando com a totalidade em cada volume.

Tabela 1 - Quantitativo de Geometria em cada volume da CCMMEP

Volume	Total de páginas	Páginas sobre Geometria	Porcentagem Geometria/total
1	187	6	3,21%
2	189	14	7,41%
3	197	37	18,78%
4	199	35	17,58%
5	317	43	13,56%

Fonte: Elaborada pelo autor, a partir dos dados de Mendonça (2016).

As noções de figuras geométricas estão descritas no primeiro volume da coleção. Nas atividades sugeridas, conforme ilustra a Figura 1, aparecem problemas que envolvem o reconhecimento de figuras planas; relacionam os objetos ilustrados à representação plana de uma figura espacial, como por exemplo, a bola sendo uma esfera, o dado sendo um cubo e o bastão de enrolar massa sendo uma forma cilíndrica.

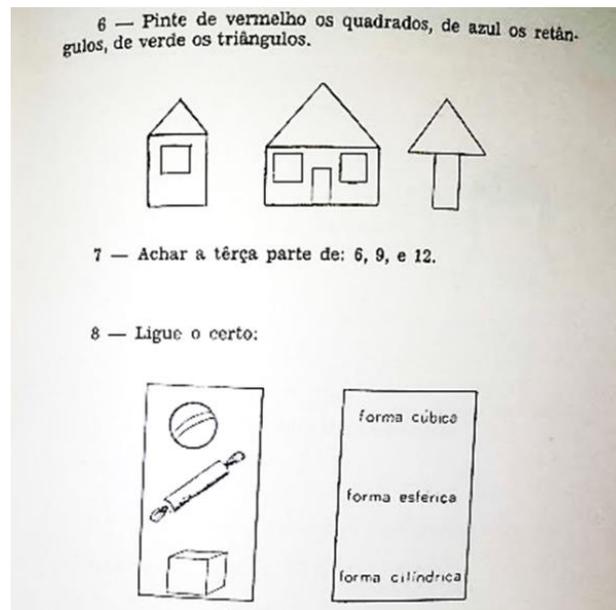


Figura 1 - Atividades de Geometria e Aritmética.

Fonte: CMMMEP. 1º volume.

A partir da observação e da própria notação de figuras geométricas, as autoras, no segundo volume, sugerem o trabalho com as figuras, principalmente, pela parte externa dos objetos que ora se apresentam de forma plana, ora curva, com as ideias de superfícies planas e curvas.

No mesmo volume, observam-se as planificações do cubo e do paralelepípedo, com a instrução de que o professor recorte e monte os sólidos com as crianças, levando-as a observar as faces do cubo, identificando suas dimensões (iguais em medida e em tamanho, com formato quadrado, conforme ilustra a Figura 2). As autoras descrevem a construção do cubo como parte de trabalhos manuais, o que permite uma série de exercícios de observação, tais como: contar os quadrados, os vértices, as faces que têm o mesmo tamanho.

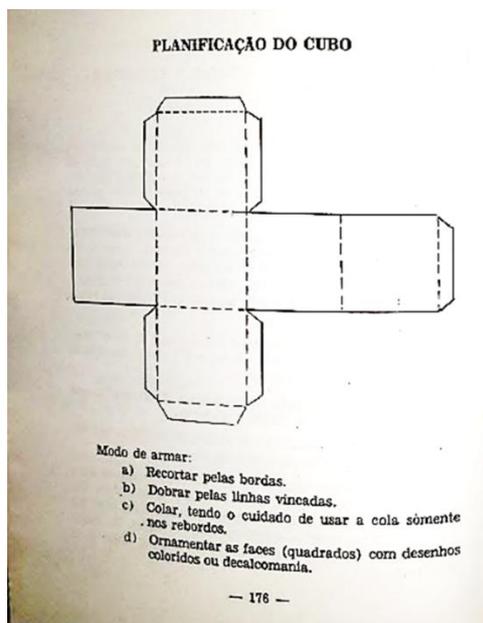


Figura 2 - Planificação do cubo.
Fonte: CCMMEP. 2º volume.

Encontramos no volume, ainda, as ideias de ponto e linhas. Há uma atividade, ilustrada na Figura 3, na qual os professores são instruídos a desenharem na lousa casas e escolas e pedirem aos alunos que construam linhas que liguem esses dois locais. O objetivo da atividade é introduzir o conceito de linha curva, que é feita pela união de dois pontos, por meio de uma linha qualquer. Ainda nessa atividade, as autoras orientam os professores a mostrarem que a curva que representa o menor caminho entre a casa e a escola é a linha reta, que é um conjunto de infinitos pontos.

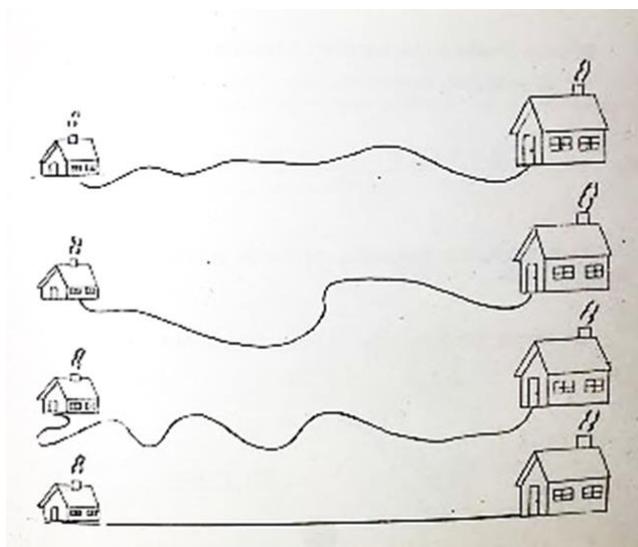


Figura 3 - Linha curva.

Fonte: CCMMEP. 2º volume.

Há um trecho, ilustrado na Figura 3, em que as autoras inserem a ideia de usar o termo *congruente*⁸, e que utilizam de uma forma a convencer os professores que o termo pode ser difícil, mas que o nome paralelepípedo é um vocábulo mais estranho e que, no entanto, as crianças acostumadas a ele o usam mais facilmente. O que é importante, segundo as autoras, é fazer o uso de termos corretos para que as crianças se acostumem e não venham a sofrer por desconhecê-los ou usá-los de forma equivocada no futuro.

No terceiro volume da coleção, o ensino de Geometria inicia-se com o reconhecimento das figuras, a saber, os quadrados e os retângulos. A linguagem de conjuntos é utilizada, quando as autoras definem o quadrado: “[...] a parte interna, isto é, o conjunto de todos os pontos internos desse contorno é que forma o quadrado [...]” (CARVALHO; FERREIRA, [196-?]). Além disso, há figuras que indicam divisão de conjuntos, tais como: o conjunto de lados e o conjunto de vértices do quadrado ABCD, como ilustra a Figura 4.

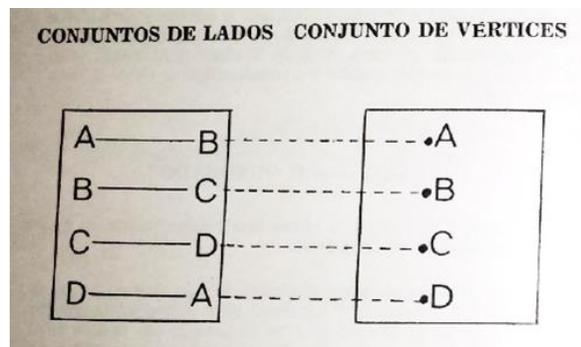


Figura 4 - Ilustração da utilização da linguagem de conjuntos.

Fonte: CCMMEP. 3º volume.

As autoras escrevem sobre os retângulos, descrevendo “[...] a parte interna, isto é, o conjunto de todos os pontos, internos a esse contorno é que é o retângulo[...]” (CARVALHO; FERREIRA, [196-?]). Na sequência, orientam o professor para que faça os alunos compararem as duas figuras (quadrado e retângulo) desenhadas e fazerem correspondências entre alguns aspectos das duas figuras, como por exemplo, a correspondência biunívoca entre: o conjunto

⁸ Transcrição: O termo congruente parece de início difícil; mas, note o colega que paralelepípedo é um vocábulo mais esquisito e, no entanto, as crianças acostumadas a êle, o usam facilmente, por lhe ser familiar. Importante é fazer uso de termos exatos para que mais tarde o aluno não venha a sofrer por desconhecê-los ou pior ainda por usá-los erroneamente.

de lados do quadrado e do retângulo; o conjunto de vértices do quadrado e do retângulo (Figura 5). Além disso, elas escrevem sobre a correspondência entre os pares de lados do retângulo, utilizando imagens para ilustrar

Em sequência, classificam-se, para estudo, os triângulos. A classificação é feita com base nos ângulos (acutângulos, retângulos e obtusângulos) e nos lados (escalenos, isósceles equiláteros). Dentre as atividades, há uma pergunta para os professores sobre a existência de materiais didáticos que auxiliam na construção das figuras geométricas, tais como: “você sabe para que serve o transferidor?” (CARVALHO; FERREIRA, [196-?], p. 170).

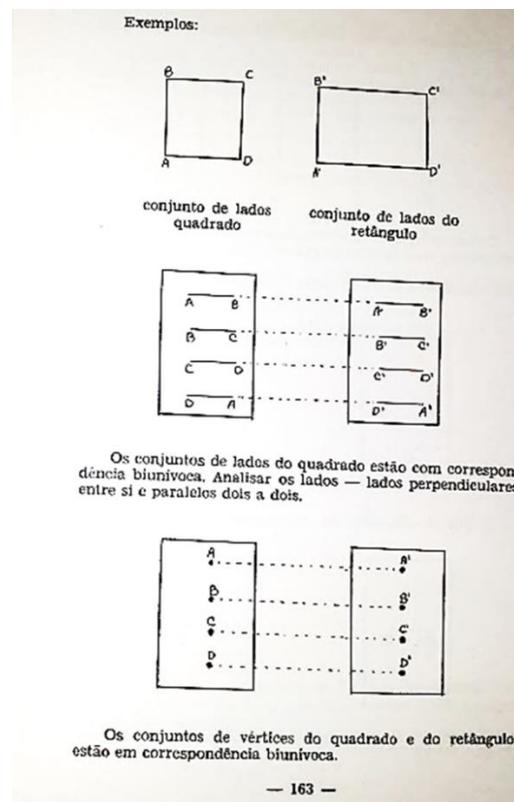


Figura 5 - Correspondência biunívoca.

Fonte: CCMMEP. 3º volume.

Mais adiante, observa-se a orientação de como utilizar o compasso e a régua para traçar a circunferência. As autoras afirmam que os alunos devem saber trabalhar com esses instrumentos e orientam que se deve abrir o compasso e medir sua abertura na régua, medida que determina o raio, em seguida traçar uma linha, tendo como centro um ponto A, conforme a Figura 6.

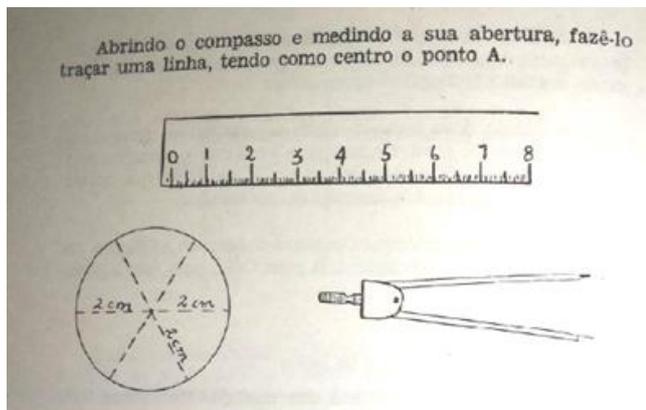


Figura 6 - Orientação de utilização do compasso e régua.
Fonte: CCMMEP. 3º volume.

Sobre as características da linha traçada escrevem que linha curva deve ser fechada, com todos os seus pontos conservando a mesma distância de ponto interior chamado centro; conhecendo bem a linha traçada, pode-se dar o nome de circunferência. Além disso, definem a esfera como um sólido geométrico que ocupa lugar no espaço e que possui superfície curva, alertando aos professores para usarem exemplos de maneira concreta, pois apenas o desenho pode levar as crianças a confundirem com o círculo, por elas definido como toda a superfície plana limitada pela circunferência.

Os sólidos geométricos são trabalhados com suas planificações. Encontram-se planificações dos seguintes sólidos: prismas triangulares; prismas hexagonais; prismas quadrangulares (paralelepípedos); pirâmide triangular; cone. A orientação é para que sejam feitas atividades de observação com os alunos, para que com a planificação e o processo de montagem, as crianças possam observar seus elementos, tais como: vértices, faces e arestas.

Dando sequência, as autoras abordam o perímetro de figuras planas, fazendo uma relação com a quantidade que se deve andar para dar uma volta na figura, ou no caso de quantidade de arames necessários para cercar terrenos.

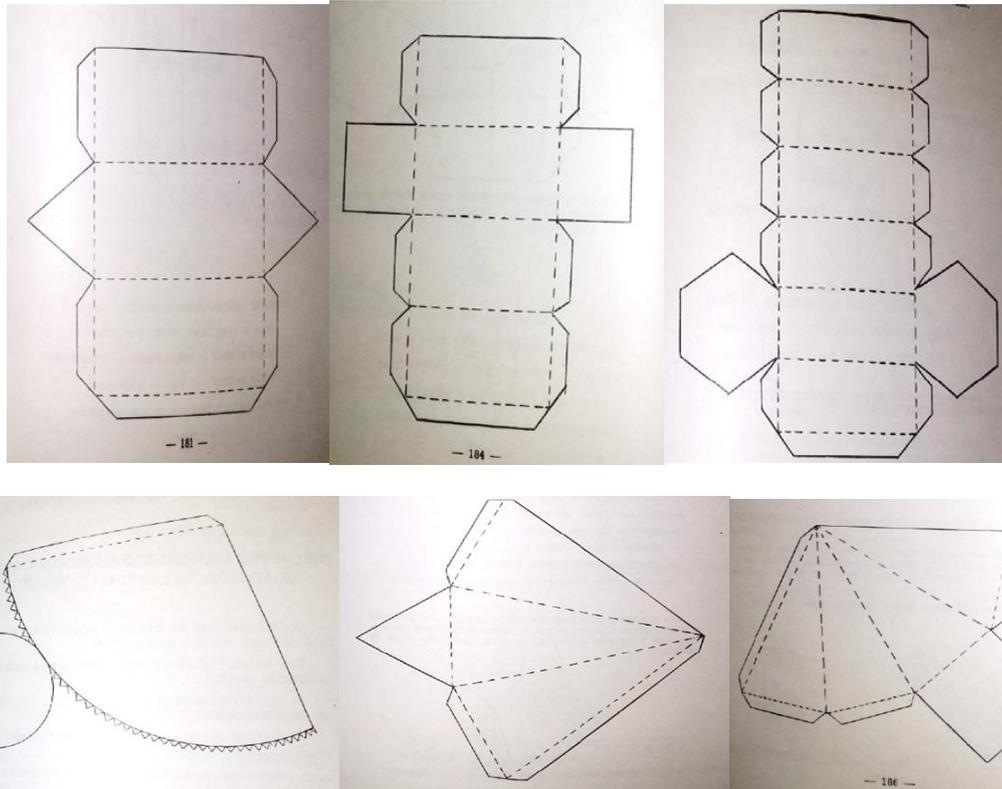


Figura 7- Planificações dos sólidos geométricos.

Fonte: CCMEP. 3º volume.

No quarto volume, o ensino de Geometria inicia com o tópico de área das figuras planas, o qual se encontra fora do capítulo sobre Geometria. O quadrado é o primeiro a ser trabalhado com a utilização da teoria de conjuntos. Para escreverem sobre o cálculo da área do quadrado, as autoras dividem a figura em nove quadrados menores, três em cada linha por elas denominadas subconjuntos. As anotações indicam o cálculo da área como sendo a união da quantidade de elementos que cada um desses subconjuntos possui, com a utilização do símbolo de união (\cup).

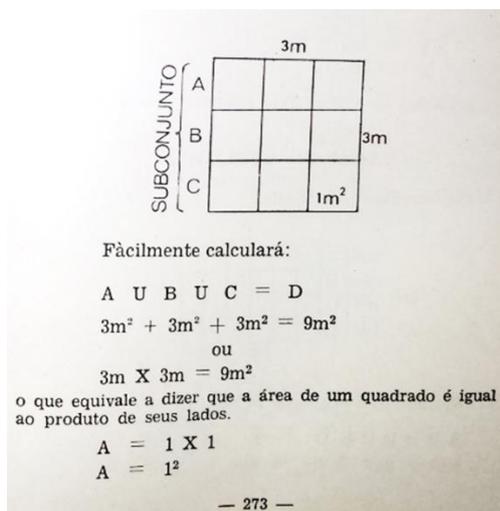


Figura 8 - Linguagem de conjuntos para explicar área do quadrado.
Fonte: CCMMEP. 4º volume.

Para escreverem sobre a área dos paralelogramos, dos losangos e dos trapézios, as autoras usam imagens, demonstrando a fórmula usual de cálculo da área do trapézio utilizando dois trapézios de mesmo tamanho que, ao serem encaixados formam um paralelogramo, cuja área já é conhecida.

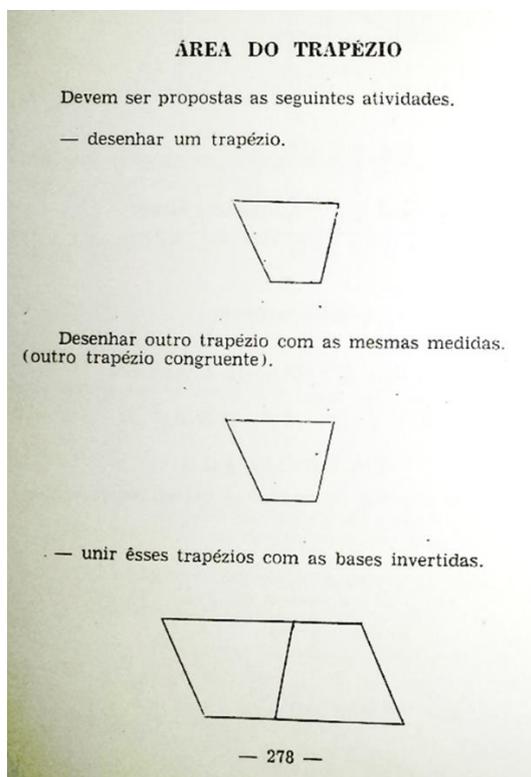


Figura 9 - Indicação para demonstrar a área do trapézio.
Fonte: CCMMEP. 4º volume.

O capítulo destinado à Geometria apresenta como tópico inicial os conceitos de ângulos, indicando a realização de atividades com os alunos, traçando retas e levando-os a observar os ângulos formados. Há a instrução de fazer com que as crianças desenhem duas retas perpendiculares para formarem 90° e em seguida dividam os ângulos em partes iguais, e nessa parte as autoras propõem a utilização de um transferidor. É a presença de mais um dos materiais didáticos para o ensino de Geometria.

No próximo tópico, também, observa-se a presença da linguagem de conjuntos quando as autoras vão explicar o que são figuras geométricas iguais e congruentes, destacando uma diferença sutil com precisão de linguagem.

O conceito de igualdade é o ponto essencial, e deve ficar bem ensinado. Em igualdade de conjunto o aluno estudou que, a igualdade de conjunto só é real, quando os elementos de um conjunto também são os elementos do outro. [...] Na igualdade das figuras geométricas, o mesmo princípio é aplicado: portanto, ao se dividir um quadrado ou um retângulo em dois triângulos, os triângulos resultantes não são iguais (CARVALHO; FERREIRA, [196-?], p. 303).

São utilizadas figuras de um quadrado e um retângulo divididos em triângulos para exemplificar que, embora tenham as mesmas medidas, não iguais. Indicam que o triângulo ABC é diferente do triângulo ACD, o mesmo para os triângulos $A'B'C'$ e $A'C'D'$ obtidos no retângulo. Dessa forma, é introduzida a ideia de congruência de figuras geométricas, como pode ser observado na Figura 10.

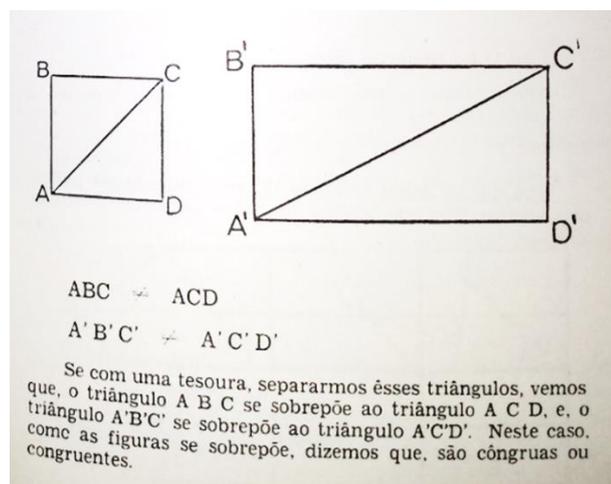


Figura 10 - Ensinando congruência de figuras geométricas.

Fonte: CCMEP. 4º volume

As autoras propõem levar as crianças a concluírem que “[...] uma figura só é igual a si mesma. Duas figuras congruentes têm as mesmas medidas [...]” (CARVALHO; FERREIRA, [196-?], p. 304). Dando sequência, introduzem-se os conceitos de linhas poligonais e polígonos. Novamente, recomenda-se a utilização de régua e compasso para se estudar os círculos e as circunferências. Por meio de figuras, ilustram as noções de raio, diâmetro e a relação com o raio, cordas na circunferência, retas secante e tangente. O estudo das esferas está incluído nessa gama de informações com apenas duas linhas para defini-las como “[...] um sólido geométrico, ocupa lugar no espaço, sua superfície é curva e rola como uma bola [...]” (CARVALHO; FERREIRA, [196-?], p. 310).

A análise da CCMMEP leva-nos a considerar as apropriações das autoras em termos do ideário do MMM, as elaborações que fizemos nos parágrafos anteriores procuram evidenciá-las. Há referências a todas as categorias por nós elencadas, quando se analisa os 5 volumes da obra: (i) presença da topologia; (ii) construções geométricas; (iii) linguagem de conjuntos; (iv) referências a Dienes e a Piaget; (v) uso de imagens e diagramas; (vi) uso de materiais didáticos; e, por fim, (vii) justificativa de propriedades.

Também foram analisados dois cadernos da professora Myriam, um de Exercícios e outro de Geometria. O CdeE foi confeccionado entre 1966 e 1968 (não datado), durante o período em que a professora era bolsista no curso de Administração Escolar. No caderno se observam exercícios de Matemática, Português e Metodologia. Dentre os 15 exercícios de Matemática, apenas dois são referentes à Geometria. Em um dos exercícios é nítida a preocupação em se efetuar contas. No outro, a preocupação com a aritmética também é presente, porém há uma maior importância da Geometria por se tratar de conceitos como ângulos, observação de figuras planas e espaciais. Na Figura 11 observam-se recortes desses exercícios.

Os exercícios de Geometria contidos no CdeE não apresentam evidências que possam ser associadas ao MMM, particularmente quando se consideram as categorias que elencamos. Contudo, identificamos que organização da Questão 15, na qual se solicita a resposta a conceitos de ângulos, perímetro, área, volume, entre outros, remete a uma correspondência entre as figuras e as questões.

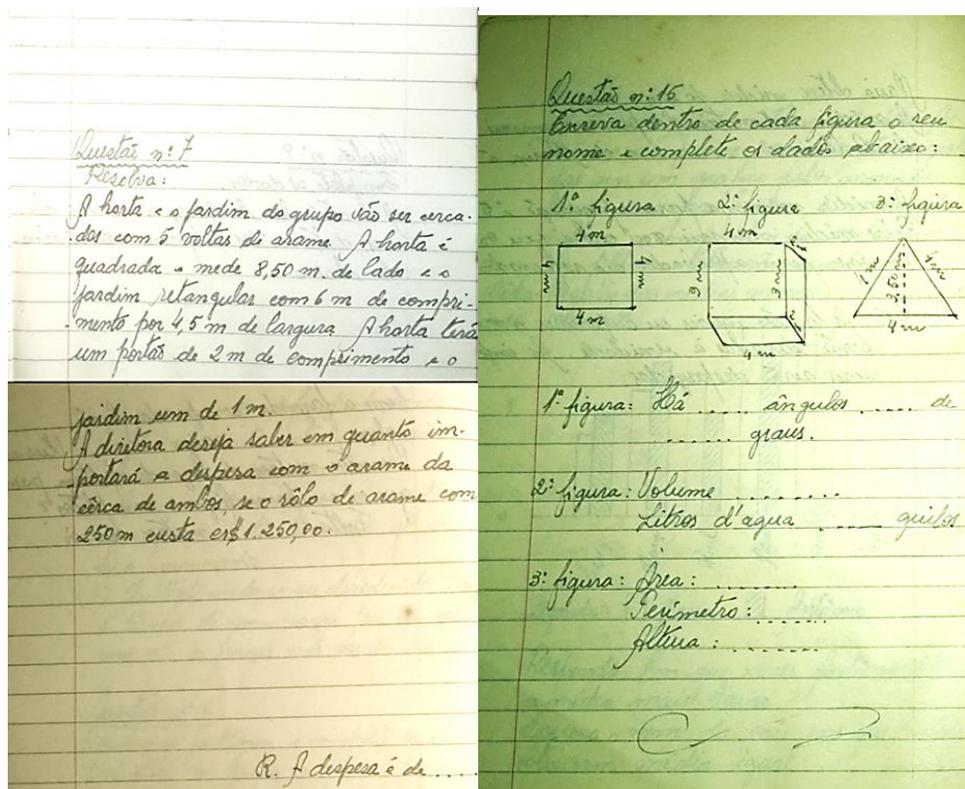


Figura 11 - Recorte do exercício sobre a horta e o exercício sobre figuras geométricas.

Fonte: Recorte do Caderno de Geometria da professora Myriam Oliveira.

Transcrição: “Questão nº 7 - A horta e o jardim do grupo vão ser cercados com 5 voltas de arame. A horta é quadrada e mede 8,5 m de lado e o jardim retangular com 6m de comprimento por 4,5m de largura. A horta terá um portão de 2m de comprimento e o jardim um de 1m. A diretora deseja saber em quanto importará a despesa com o arame da cerca de ambos se o solo de arame com 250m custa Cr\$ 1.250,00.

Transcrição: Questão nº 15 – Escreva dentro de cada figura o seu nome e complete os dados abaixo: 1ª figura: Há ... ângulos ... de ... graus; 2ª figura: Volume ... Litros d’água quilos; 3ª figura: Área: ..., Perímetro: ..., Altura:”.

O CdeG foi escrito em 1971. Nele, observam-se algumas definições de elementos introdutórios à Geometria, tais como ângulos e suas classificações. A professora Myriam relatou que o caderno foi confeccionado com conteúdo e exercícios de preparação para o vestibular do Curso de Pedagogia do Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora, e não foi finalizado. Na parte teórica, encontram-se as retas, suas classificações, distâncias entre pontos e retas, lugar geométrico, os triângulos e suas classificações, semelhança. Há a presença da

Aritmética, com cálculos de ângulos em graus, minutos e segundos. Em alguns exercícios, além da Aritmética, é observada a necessidade de conhecimentos geométricos como se pode verificar na Figura 12

No CdeG, não são observadas as categorias que elencamos, o que indica não haver evidências que estejam associadas ao MMM. Vale ressaltar que esse caderno estava sendo confeccionado pela professora Myriam quando ela estava estudando para a prova de vestibular, o que o torna desassociado de suas práticas em sala de aula e tampouco relacionado ao ensino para as crianças.

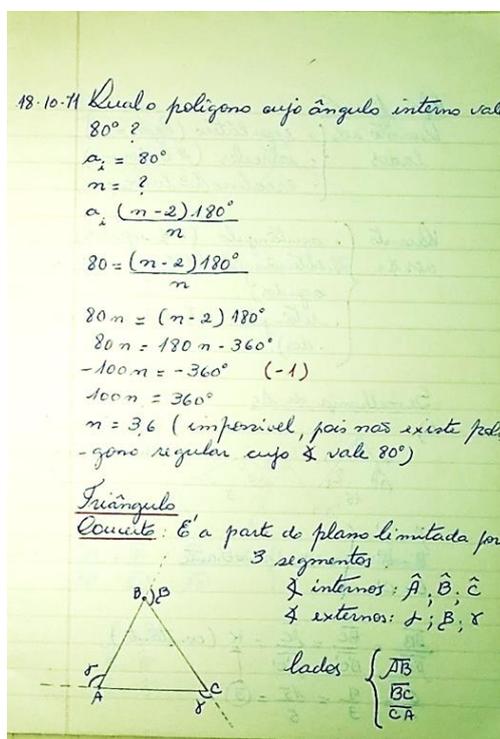


Figura 12 - Exercício no Caderno de Geometria
Fonte: Recorte do Caderno de Geometria da professora Myriam Oliveira.

Considerações finais

Com base nas categorias elencadas, norteadoras da busca por marcas do MMM, e a partir da análise dos textos, é possível afirmar que nos documentos oficiais, os quais regiam o ensino primário em Minas Gerais, somente no PEP/MG de 1965 são encontradas algumas ideias do MMM, tais como a preocupação com o raciocínio da criança e não mais com a memorização. Há também algumas noções topológicas para o ensino de Geometria. Do Programa de 1961, identificamos que a Geometria, antes somente plana, ganha acréscimo da

parte espacial. Novidade essa que indica a utilização da construção de figuras. Mesmo de forma incipiente, o Programa de 1965 em Minas Gerais traz ideias do MMM, antecedendo, em termos de legislação, o Programa publicado em São Paulo em 1969, que era considerado pioneiro na divulgação do MMM.

Em se tratando do material da professora Myriam, na Coleção CCMMEP encontram-se recomendações de utilização de materiais e instrumentos (tesoura, régua, compasso e transferidor) para a construção das figuras geométricas. Existem conceitos que se relacionam com a teoria de conjuntos, quando se explicam áreas, igualdade e congruência das figuras geométricas. Não há menção de Piaget, mas vale ressaltar a identificação de traços de suas ideias, quando se encontram nos textos escritos para as professoras indicações de que o ensino deve ter certa graduação de acordo com os graus de dificuldade dosados de psicologia, levando a criança à formulação de conceitos fundamentados.

Observa-se, ainda, a preocupação com a justificativa das propriedades, principalmente no que se refere às áreas das figuras planas. No CdeE, verifica-se a presença da geometria plana e espacial, porém com uma preocupação aritmética. Já no CdeG há apenas a geometria plana. Em ambos os cadernos não se encontram vestígios das categorias elencadas.

De modo geral, nos materiais da professora Myriam, a saber, CCMMEP; CdeE e CdeG, são observados alguns poucos tópicos da teoria dos conjuntos, com simbologia e o apelo à justificativa de propriedades. Pode-se notar, de forma incipiente, conceitos de topologia na CCMMEP, quando as autoras tratam das curvas, o que não se observa nos CdeE e CdeG. O tratamento topológico parece não ter feito parte significativa do universo da professora.

Os resultados aqui apresentados evidenciam o estudo das figuras geométricas com nuances de teoria dos conjuntos, sobretudo pela linguagem; com noções e com princípios representativos do MMM como a correspondência biunívoca, a precisão da linguagem e a justificativa de propriedades. Contudo, embora a iniciação à Geometria por meio de uma abordagem topológica tenha sido uma das propostas importantes da Matemática Moderna para os primeiros anos escolares, esta perspectiva não parece ter repercutido. A Geometria euclidiana estudada com atividades de construção com régua, compasso, transferidor, o recurso aos materiais didáticos ou manipuláveis – planificações, entre outros – transformou o modo como a Geometria era ensinada/aprendida.

Referências

- ACZEL, A. D. **El artista y el matemático**: la historia de Nicolas Bourbaki, el genio matemático que nunca existió. Barcelona: Gedisa, 2009.
- ARRUDA, J. P. **Histórias e práticas de um ensino na escola primária**: Marcas e Movimentos da Matemática Moderna. 2011. 312 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- BLOCH, M. **Apologia da História ou Ofício do Historiador**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editores, 2002.
- CARVALHO, H.; FERREIRA, T. **Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário**. v. 1-5. s.l.: Editora Renovação, [196-?]. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/158566>. Acesso em: 29 ago. 2018.
- CHARTIER, R. **A história cultural**: entre práticas e representações. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1991.
- CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: Reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**. Porto Alegre, n. 2, p. 177-229, 1990.
- CHOPPIN, A. O historiador e o livro escolar. **História da Educação**, Pelotas, v. 11, p. 5-24, 2002.
- DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. **Exploração do espaço e prática da medição**. São Paulo: E.P.U., 1977.
- FISCHER, M. C. B. A experiência das classes-piloto organizadas pelo GEEMPA ao tempo da matemática moderna. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n. 18, p. 101-112, 2006.
- JULIA, D. A Cultura Escolar como Objeto Histórico. Tradução Gizele de Souza. **Revista Brasileira de História da Educação**, Maringá, n. 1, p. 9-43, 2001.
- MEDINA, D. A. F. **A Produção oficial do Movimento da Matemática Moderna para o ensino primário no Estado de São Paulo (1960 – 1980)**. 2007. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- MENDONÇA, T. N. **Que Geometria ensinar às crianças em tempos de Matemática Moderna?** Referências e práticas de uma professora da cidade de Juiz de Fora. 2016. 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.
- MINAS GERAIS, **Programa do Ensino Primário de Minas Gerais**. v. 1-4. Belo Horizonte: Imprensa Oficial, 1965. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104802>. Acesso em: 29 ago. 2018.
- MINAS GERAIS. **Programa do Ensino Primário Elementar**. Belo Horizonte: Imprensa Oficial, 1961. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104807>. Acesso em: 29

ago. 2018.

OLIVEIRA, M. B. **Caderno de Exercícios**. [entre 1966 e 1968]. Disponível
<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163337>. Acesso em: 29 ago. 2018.

OLIVEIRA, M. B. **Caderno de Geometria**. 1971. Disponível em:
<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/164026>. Acesso em: 29 ago. 2018.

OLIVEIRA, M. C. A. *et al.* **O movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular. Juiz de Fora: Editora da UFJF, 2011.

OLIVEIRA, M. C. A. Profissionalidade para o ensino de geometria: um estudo a partir da legislação. **Revista de História da Educação Matemática – HISTEMAT**, ano 1, n. 1, p. 189-202, 2015.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PINTO, N. B.; VALENTE, W. R. Quando a geometria tornou-se moderna: tempos do MMM. *In*: LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. (org.). **A Geometria nos primeiros anos escolares**: história e perspectivas atuais. Campinas: Papirus Editora, 2014. p. 65-82.

VIDAL, D. G. Escola Nova e processo educativo. *In*: LOPES, E. M.; FIGUEIREDO, L.; GREVIAS, C. (org.). **500 anos de educação no Brasil**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. p. 497-515.

Recebido em: 15/12/2018
Aprovado em: 24/04/2019